



Tema: Números Naturales

Carrera:..... Semestre:..... Fecha: 12/08/2022

Profesora: Lic. Lilian Fernández

## ¿Qué son los números enteros?

Se conoce como números enteros o simplemente enteros al **conjunto numérico que contiene a la totalidad de los números naturales**, a sus inversos negativos y al cero. Este conjunto numérico se designa mediante la letra Z, proveniente del vocablo alemán *zahlen* ("números").

Los números enteros **se representan en una recta numérica**, teniendo el cero en medio y los números positivos (Z+) hacia la derecha y los negativos (Z-) a la izquierda, ambos lados extendiéndose hasta el infinito. Normalmente se transcriben los negativos con su signo (-), cosa que no hace falta para los positivos, pero puede hacerse para resaltar la diferencia.

De esta manera, los enteros positivos son mayores hacia la derecha, mientras que **los negativos son cada vez más pequeños a medida que avanzamos a la izquierda**. También puede hablarse del valor absoluto de un número entero (representado entre barras  $|z|$ ), que es equivalente a la distancia entre su ubicación dentro de la recta numérica y el cero, independientemente de su signo:  $|5|$  es el valor absoluto de +5 o -5.

La incorporación de los números enteros a los números naturales permite agrandar el espectro de cosas cuantificables, abarcando cifras negativas que sirven para llevar el registro de las ausencias o las pérdidas, o incluso para ciertas magnitudes como la temperatura, que emplea valores sobre y bajo cero.

### Propiedades de los números enteros

Los números enteros **pueden sumarse, restarse, multiplicarse o dividirse** tal y como los números naturales, pero siempre obedeciendo a las normas que determinan el signo resultante, de la siguiente manera:

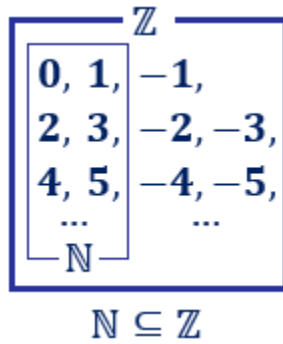
- **Suma.** Para determinar la suma de dos enteros, debe prestarse atención a sus signos, según lo siguiente:
  - Si ambos son positivos o uno de los dos es cero, simplemente se deben sumar sus valores absolutos y se conserva el signo positivo. Por ejemplo:  $1 + 3 = 4$ .
  - Si ambos signos son negativos o uno de los dos es cero, simplemente se deben sumar sus valores absolutos y se conserva el signo negativo. Por ejemplo:  $-1 + -1 = -2$ .
- Si tienen signos diferentes, en cambio, deberá restarse el valor absoluto del menor al del mayor, y se conservará en el resultado el signo del mayor. Por ejemplo:  $-4 + 5 = 1$ .
- **Resta.** La resta de números enteros atiende también al signo, dependiendo de cuál sea mayor y cuál menor en cuanto a valor absoluto, obedeciendo a la regla de que dos signos iguales juntos se convierten en el contrario:

Los **números enteros**, Z, son los números naturales con signo (positivo y negativo), excepto el número 0, que no tiene signo:

$$\mathbb{Z} = \{0, -1, +1, -2, +2, -3, +3, -4, +4, \dots\}$$

Es habitual escribir los enteros positivos sin signo, a no ser que sea necesario.

Observa que el conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros:



## 2. Suma de números enteros

Si los dos enteros a sumar tienen el **mismo signo**, se suman los números (sin signo) y se conserva el signo.

### Ejemplo 1

Sumamos los enteros +3y +5:

$$(+3) + (+5) = +8$$

Sumamos los enteros -3y -5:

$$(-3) + (-5) = -8$$

Si los dos enteros tienen **signos distintos**, se restan los números (sin signo) y se conserva el signo del número que sea mayor (sin signo).

### Ejemplo 2

Sumamos los enteros +4y -5:

$$(+4) + (-5) = -1$$

Sumamos los enteros -3 y +5:

$$(-3) + (+5) = +2$$

En una suma de enteros, podemos omitir el signo positivo de la suma (y los paréntesis).

### Ejemplo 3

Reescribimos las sumas del ejemplo anterior:

$$\begin{aligned} (+4) + (-5) &\rightarrow +4 - 5 \\ (-3) + (+5) &\rightarrow -3 + 5 \end{aligned}$$

También, podemos omitir el signo positivo en la primera suma ya que no aporta información:

$$+4 - 5 \rightarrow 4 - 5$$

## 3. Resta de números enteros

Cuando tenemos una resta de enteros, podemos transformarla en una suma cambiando el signo del segundo sumando.

### Ejemplo 4

Restamos los enteros 4y -5:

$$\begin{aligned} 4 - (-5) &= \\ &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$

Restamos los enteros -5 y -7:

$$\begin{aligned} (-5) - (-7) &= \\ &= -5 + 7 = 2 \end{aligned}$$

Restamos los enteros -3y7:

$$\begin{aligned} (-3) - (+7) &= \\ &= -3 - 7 = -10 \end{aligned}$$

#### 4. Regla de los signos

La regla de los signos proporciona el signo del resultado de la multiplicación/división de dos enteros:

- El resultado es positivo si los dos factores tienen el mismo signo.
- El resultado es negativo si los dos factores tienen signo distinto.
- El resultado es neutro si alguno de los factores es 0.

Podemos resumir la regla como sigue:

$$\begin{aligned} + \cdot + &= + \\ - \cdot - &= + \\ + \cdot - &= - \\ - \cdot + &= - \end{aligned}$$

#### 5. Multiplicación/división de enteros

La **multiplicación** de dos enteros se calcula multiplicando los números (sin signo) y aplicando la regla de los signos.

##### Ejemplo 5

Multiplicamos los enteros 2 y -3:

$$(+2) \cdot (-3) = -6$$

Multiplicamos los enteros -3 y -3:

$$(-3) \cdot (-3) = 9$$

Multiplicamos los enteros -2 y 5:

$$(-2) \cdot (+5) = -10$$

Multiplicamos los enteros 2 y 4:

$$(+2) \cdot (+4) = 8$$

La **división** de enteros se calcula dividiendo los números (sin signo) y aplicando la regla de los signos.

##### Ejemplo 6

Dividimos los enteros 4 y -2:

$$(+4) : (-2) = -2$$

Dividimos los enteros -12 y -3:

$$(-12) : (-3) = 4$$

#### 6. Operaciones combinadas con números enteros

Las **operaciones combinadas** o **mixtas** son operaciones compuestas por varias operaciones (sumas, restas, multiplicaciones y/o divisiones).

En estas operaciones, la multiplicación y la división tienen prioridad sobre la suma y la resta. Los paréntesis pueden utilizarse para cambiar este orden.

##### Ejemplo 7

$$\begin{array}{c} 2 \cdot (-3) + 7 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \\ -6 \quad \quad +7 \\ \swarrow \quad \searrow \\ +1 \end{array}$$

Hemos calculado la multiplicación y, después, la suma.

### Ejemplo 8

$$\begin{array}{ccc} -2 \cdot 5 & - & 2 \\ \swarrow \quad \searrow & & \downarrow \\ -10 & & -2 \\ \swarrow \quad \searrow & & \\ -12 & & \end{array}$$

Hemos calculado la multiplicación y, después, la suma.

### Ejemplo 9

$$\begin{array}{ccc} -2 \cdot (3 - 5) \\ \downarrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ -2 \cdot (-2) \\ \swarrow \quad \searrow \\ +4 \end{array}$$

En esta operación, hemos calculado primero la resta porque había un paréntesis: el  $-2-2$  multiplica al resultado de la resta del paréntesis.

### Ejemplo 10

$$\begin{array}{ccc} -16 : (-2 + 6) \\ \downarrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ -16 : (+4) \\ \swarrow \quad \searrow \\ -4 \end{array}$$

En esta operación, hemos calculado primero la suma porque había un paréntesis: el  $-16-16$  tiene que dividirse entre el resultado de la suma del paréntesis.